2^{ο} ΛΥΚΕΙΟ ΧΟΛΑΡΓΟΥ

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας – Διαγώνισμα προσομοίωσης

Φίλε μαθητή!

Δύο μήνες περίπου πριν τις εξετάσεις, το σχολείο, σου δίνει τη δυνατότητα αλλά και μια ωραία ευκαιρία να εξοικειωθείς μέσα στο φυσικό σου χώρο με το πνεύμα και τη δομή των πανελλαδικών εξετάσεων και ειδικότερα στο μάθημα των Μαθηματικών Γενικής Παιδείας. Με τη γραπτή αυτή δοκιμασία επιδιώκουμε κυρίως να σου τονίσουμε ότι:

- Οι εξετάσεις δεν είναι μόνο θέμα γνώσεων, αλλά στρατηγικής και σωστής διαχείρισης του χρόνου εξέτασης.
- Στη διάρκεια της εξέτασης δεν βάζουμε ως πρώτο στόχο την επίλυση του πιο δύσκολου και προκλητικού ίσως ερωτήματος, κάτι που μπορεί να αποδειχθεί μοιραίο, αλλά πρωτίστως να λύσουμε εκείνα τα ερωτήματα που είναι μέσα στις δυνατότητές μας και συνήθως υπερβαίνουν συνολικά τις 15 μονάδες (με άριστα το 20).
- Ο μαθητής που κατέχει καλά τη θεωρία και τις βασικές ασκήσεις, που δεν είναι άλλες από αυτές που ο καθηγητής του δίδαξε στη διάρκεια της χρονιάς, μπορεί εύκολα, αν σκεφτεί έξυπνα και μελετήσει σωστά στο διάστημα που απομένει, να συλλέξει τις μονάδες που θα τον καταστήσουν φοιτητή.
- Στο σημερινό διαγώνισμα το μέσο επίπεδο των θεμάτων – σε όγκο ή δυσκολία – είναι ίσως ελαφρά πιο κάτω από αυτό των εξετάσεων, μια και ο χρόνος που διαθέτεις είναι πιο λίγος (2 ώρες) αλλά κυρίως διότι ο σκοπός της εξέτασης είναι, όχι μόνο να σου δώσει την ευκαιρία να ελέγξεις τις γνώσεις σου αλλά και για να σου δείξει ότι με λίγη ακόμα προσπάθεια θα τα καταφέρεις περίφημα.

Περισσότερα για το θέμα των εξετάσεων θα συζητήσεις με τον καθηγητή σου στη διόρθωση του διαγωνίσματος, όπου θα δοθούν και οι υπόλοιπες οδηγίες για την οργάνωση της επανάληψης, τον τρόπο μελέτης και γενικότερα για τη στρατηγική αντιμετώπισης των Πανελλαδικών Εξετάσεων.

ΘΕΜΑ Α

Α. Δίνονται οι συναρτήσεις F(x), f(x) και g(x) με $F(x)=f(x)+g(x)$. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι: $F'(x)=f'(x)+g'(x)$.

Μονάδες 7

Β. **α.** Πότε ένα πείραμα ονομάζεται πείραμα τύχης;

β. Να δώσετε τον ορισμό του δειγματικού χώρου ενός πειράματος τύχης.

Μονάδες 6

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

α. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l_1$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=l_2$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right)=l_1\cdot l_2$.

β. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1\in \mathrm{A}$, όταν $f(x)\le f(x_1)$ για κάθε x σε μία περιοχή του x_1.

γ. Ισχύει $\left(f(x)\cdot g(x)\right)' = f'(x)\cdot g(x)+g'(x)\cdot f(x)$, όπου f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

δ. Ισχύει $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ με $x>0$.

ε. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α' ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $\mathrm{P}(\mathrm{A}')=1+\mathrm{P}(\mathrm{A})$.

στ. Το μέτρο διασποράς **εύρος** ισούται με τη διαφορά της ελάχιστης παρατήρησης από τη μέγιστη παρατήρηση.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Β

Η μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης σε ένα τεστ είναι 70. Χωρίζουμε τη βαθμολογία σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα ν_i	Σχετική συχνότητα f_i
20 - 40			
40 - 60			
60 - 80			
80 - 100			
Σύνολα			

Δίνεται επιπλέον ότι το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 20 έως 40 είναι ίσο με το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 40 έως 60, ενώ στο κυκλικό διάγραμμα των δεδομένων, η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση από 80 έως 100 είναι 108°.

Α. Να δείξετε ότι $f_1 = f_2 = \dfrac{1}{10}$, $f_3 = \dfrac{5}{10}$, $f_4 = \dfrac{3}{10}$.

Μονάδες 10

Β. Αν ο αριθμός των μαθητών της τάξης είναι 50, τότε:

α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα συχνοτήτων και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία του.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έχουν βαθμολογία τουλάχιστον 60.

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμολογία από 50 έως 70.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι και έστω Ω ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης. Έστω οι παρατηρήσεις: **3κ, -3κ, 6κ+4, -2κ, κ+1**, όπου $\kappa \in \Omega$.

Α. Να υπολογιστούν συναρτήσει του κ

α. Η μέση τιμή $\bar{x}$ και

Μονάδες 5

β. Η διάμεσος δ των παραπάνω παρατηρήσεων.

Μονάδες 5

Β. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

A={ $\kappa \in \Omega$ / η $\bar{x}$ να είναι το πολύ 5 }

B={ $\kappa \in \Omega$ / η διάμεσος (δ) να είναι άρτιος αριθμός }

$\Gamma = \mathrm{A} \cap \mathrm{B}$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Δ

Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $\mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B}) \neq 2 \cdot \mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

Δίνεται ακόμα η συνάρτηση: $f(x) = \left(x - \mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})\right)^3 - \left(x - \mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})\right)^3,\ x \in \mathbb{R}$.

Α. Να δείξετε ότι $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) \neq \mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.

Μονάδες 5

Β. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο $x = \dfrac{\mathrm{P}(\mathrm{A}) + \mathrm{P}(\mathrm{B})}{2}$.

Μονάδες 13

Γ. Εάν τα ενδεχόμενα Α, Β είναι ασυμβίβαστα, να δείξετε ότι $f\left(\mathrm{P}(\mathrm{A})\right) = f\left(\mathrm{P}(\mathrm{B})\right)$.

Μονάδες 7